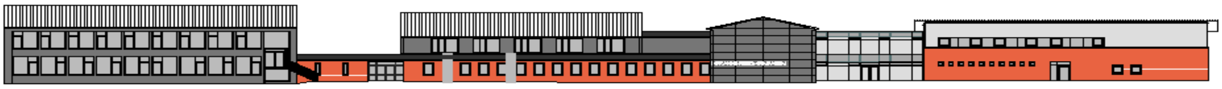
Marianne-Weber-Gymnasium
Ganztagsgymnasium der Alten Hansestadt **Lemgo**

Schulinterner Lehrplan für die Gymnasiale Oberstufe

Mathematik

Stand: Mai 2017

Inhalt



1. Die Fachgruppe Mathematik am MWG

Mathematik ist in der Sekundarstufe II eines der Fächer, das bis zum Abitur belegt werden muss und von vielen Schülerinnen und Schülern als Abiturfach gewählt wird. Wir halten dies für gut begründet, da die im Mathematikunterricht erworbenen Kompetenzen in vielen Ausbildungsberufen (kaufmännisch und technisch) und Studiengängen (naturwissenschaftlich, technisch, gesellschaftswissenschaftlich, …) eine wichtige Grundlage bilden.

Entsprechend sehen wir unsere Aufgabe darin, unsere Schülerinnen und Schüler auf das Abitur und die Berufsausbildung oder den gewählten Studiengang vorzubereiten, indem wir sie für die Beschäftigung mit mathematischen Fragen motivieren, inhaltliche und methodische Kompetenzen nachhaltig vermitteln, individuelle Begabungen fördern und Unterstützung für die Aufarbeitung von Defiziten anbieten.
Insbesondere gibt es dafür an unserer Schule ein auf mehrere Jahrgangsstufen verteiltes Angebot von Vertiefungskursen in Mathematik und das Angebot der Teilnahme an verschiedenen Mathematik-Wettbewerben, verbunden jeweils mit individueller Beratung und Unterstützung durch die Fachkollegen.

Kontextbezogene Aufgaben aus verschiedenen Fachbereichen spielen eine wichtige Rolle im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II, da Mathematik hier Werkzeuge zur Lösung von Problemen liefert. Auch in der Sekundarstufe II ist daher die Zusammenarbeit mit den anderen, besonders den naturwissenschaftlichen, Fachkonferenzen unserer Schule wichtig.

Das Marianne-Weber-Gymnasium hat in den letzten Jahren in der Einführungsphase jeweils ca. 30 Schülerinnen und Schüler von anderen Schulen (insbesondere den umliegenden Realschulen) aufgenommen. Auch deswegen hat in dieser Jahrgangsstufe die Sicherung der Voraussetzungen (z.B. Nutzung des graphikfähigen Taschenrechners und andere prozessbezogene und inhaltliche Kompetenzen) für eine erfolgreiche Teilnahme am Unterricht der Qualifikationsphase eine große Bedeutung.

In der Sekundarstufe II gibt es an unserer Schule ein breites Fächer- und Kursangebot, das durch die Zusammenarbeit mit dem Engelbert-Kämpfer-Gymnasium gesichert werden kann. Daher spielt die enge inhaltliche und organisatorische Kooperation durch gemeinsame Dienstbesprechungen unserer Fachkonferenz mit der des Nachbargymnasiums eine wichtige Rolle.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

2.1.1 Übersichtsraster

2.1.1.1 Einführungsphase

Quartal	Unterrichtsvorhaben	Zugeordnete Themenfelder	Schwerpunkte des Kompetenzerwerbs	Klausur
EF 1.1	I. Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext II. Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate	I. Funktionen & Analysis: Grundlegende Eigenschaften von Potenz-, Exponential- und Sinsusfunktionen II. Funktionen & Analysis: Grundverständnis des Ableitungsbegriffs	I. Modellieren, Werkzeuge nutzen II. Argumentieren, Werkzeuge nutzen	I. II.
EF 1.2	III. Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen IV. Mehrstufige Zufallsexperimente modellieren und simulieren	III. Funktionen & Analysis: Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen IV. Stochastik: Baumdiagramme, Pfadregeln, relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert, Simulation, Urnenmodell, Zählprinzipien	III. Problemlösen, Argumentieren, Werkzeuge nutzen IV. Modellieren, Werkzeuge nutzen	III. IV. Urnenmodell anwenden, Simulation beschreiben, Erwartungswert berechnen
EF 2.1	V. Umgang mit Testergebnissen. Bedingte Wahrscheinlichkeiten VI.Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen	V. Stochastik: Umkehrung des Baumdiagramms, Vierfeldertafel, stochastische Unabhängigkeit VI. Funktionen & Analysis: Vertiefung der Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen	V. Modellieren, Kommunizieren, Argumentieren VI. Problemlösen, Argumentieren	V. zentrale Klausur VI.
EF 2.2	VII. Orientierung im Raum mit Hilfe von Koordinaten VIII. Bewegungen im Raum mit Vektoren und Vektoroperationen	VII. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Koordinatisierung des Raumes VIII. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Vektoren und Vektoroperationen	VII. Modellieren und Kommunizieren VIII. Problemlösen	VII. VIII.

2.1.1.2 Qualifikationsphase 1 Grundkurs

Quartal	Unterrichtsvorhaben	Zugeordnete Themenfelder	Schwerpunkte des Kompetenzerwerbs	Klausur
Q1 1.1 GK	I. Optimierungsprobleme II. Modellieren mit ganzrationalen Funktionen	I. Funktionen & Analysis: Funktionen als mathematische Modelle II. Funktionen & Analysis: Funktionen als mathematische Modelle, lineare Gleichungssysteme	I. Modellieren, Problemlösen II. Modellieren, Werkzeuge nutzen	I. I.
Q1 1.2 GK	III. Natürliche Exponentialfunktionen	III. Funktionen & Analysis: Fortführung der Differentialrechnung	XII. Problemlösen, Werkzeuge nutzen	II.
Q1 1.3 GK	IV. Von der Änderungsrate zum Bestand V. Von der Randfunktion zur Integralfunktion	III. Funktionen & Analysis: Grundverständnis des Integralbegriffs IV. Funktionen & Analysis: Integralrechnung	III. Kommunizieren IV. Argumentieren, Werkzeuge nutzen	III. IV.
Q1 2.1 GK	VI. Geraden und ihre Lagebeziehungen im Raum VII. Skalarprodukt	V. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) VI. Analytische Geometrie & lineare Algebra: geometrische Objekte und Zusammenhänge untersuchen	V. Modellieren, Werkzeuge nutzen VI. Modellieren, Werkzeuge nutzen	V. VI.

2.1.1.3 Qualifikationsphase 2 Grundkurs

Quartal	Unterrichtsvorhaben	Zugeordnete Themenfelder	Schwerpunkte des Kompetenzerwerbs	Klausur
Q1 2.2 GK	VII. Ebenen und ihre Lagebeziehung mit Geraden	VII. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden), Lineare Gleichungssysteme	VII. Problemlösen	VII.
Q2 1.1 GK	VIII. Stochastischen Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen IX. Bernoulliexperimente und Binomialverteilung	VIII. Stochastik: Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen IX. Stochastik: Binomialverteilung	VIII. Modellieren, Argumentieren IX. Modellieren, Werkzeuge nutzen	VIII. IX.
Q2 1.2 GK	X. Modellieren mit Binomialverteilungen XI. Übergänge und Prozesse	X. Stochastik: Modellierung XI. Stochastik: Rechnen mit Matrizen, stochastische Prozesse	X. Modellieren, Problemlösen XI. Modellieren, Argumentieren	X. XI.
Q2 2.2 GK	XIII. Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	XIII. Funktionen & Analysis: Fortführung der Differentialrechnung, Integralrechnung und Exponentialfunktionen	XIII. Modellieren	XIII.

2.1.1.4 Qualifikationsphase 1 Leistungskurs

Quartal	Unterrichtsvorhaben	Zugeordnete Themenfelder	Schwerpunkte des Kompetenzerwerbs	Klausur
Q1 1.1 LK	I. Optimierungsprobleme II. Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen	I. Funktionen & Analysis: Funktionen als mathematische Modelle, Fortführung der Differentialrechnung II. Funktionen & Analysis: Funktionen als mathematische Modelle, lineare Gleichungssysteme	I. Modellieren, Problemlösen II. Modellieren, Werkzeuge nutzen	I. II.
Q1 1.2 LK	XII. Natürliche Exponentialfunktionen und Logarithmus XIII. Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen	XII. Funktionen & Analysis: Fortführung der Differentialrechnung XIII. Funktionen & Analysis: Fortführung der Differentialrechnung, Integralrechnung und Exponentialfunktionen	XII. Problemlösen, Werkzeuge nutzen XIII. Modellieren	XII. XIII.
Q1 1.3 LK	III. Von der Änderungsrate zum Bestand IV. Von der Randfunktion zur Integralfunktion	III. Funktionen & Analysis: Grundverständnis des Integralbegriffs IV. Funktionen & Analysis: Integralrechnung	III. Kommunizieren IV. Argumentieren, Werkzeuge nutzen	III. IV.
Q1 2.1 LK	V. Geraden und ihre Lagebeziehungen im Raum VI. Skalarprodukt VII. Ebenen und ihre Lagebeziehung mit Geraden VIII. Ebenen in Normalen- und Koordinatenform, Lagebeziehungen zwischen Ebenen	V. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) VI. Analytische Geometrie & lineare Algebra: geometrische Objekte und Zusammenhänge untersuchen VII. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen), Lineare Gleichungssysteme VIII. Analytische Geometrie & lineare Algebra: Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen), Gaußverfahren	V. Modellieren, Werkzeuge nutzen VI. Modellieren, Werkzeuge nutzen VII. Problemlösen VIII. Modellieren, Werkzeuge nutzen	V. VI. VII. VIII.
Q1 2.2 LK	IX. Stochastische Modelle, Wahrscheinlichkeitsverteilungen X. Bernoulliexperimente und Binomialverteilung XI. Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen	IX. Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen X. Binomialverteilung XI. Vertiefung der Binomialverteilung	IX. Modellieren, Argumentieren X. Modellieren, Werkzeuge nutzen XI. Problemlösen, Werkzeuge nutzen	IX. X. XI.

2.1.1.5 Qualifikationsphase 2 Leistungskurs

Quartal	Unterrichtsvorhaben	Zugeordnete Themenfelder	Schwerpunkte des Kompetenzerwerbs	Klausur
Q2 1.2 LK	XIV. Glockenkurve XV. Testen von Hypothesen XVI. Übergänge und Prozesse	XIV. Stochastik: Normalverteilung XV. Stochastik: Testen und Hypothesen XVI. Stochastik: Stochastische Prozesse	XIV. Modellieren, Problemlösen, Werkzeuge nutzen XV. Modellieren, Kommunizieren XVI. Modellieren, Argumentieren	XIV. XV. XVI.
Q2 2.1 LK	XVII / XVIII. Abstände und Winkel	XVII / XVIII. Analytische Geometrie & Lineare Algebra: Lagebeziehungen und Abstände, Lineare Gleichungssysteme	XVII / XVIII. Problemlösen, Argumentieren	XVII / XVIII.

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

2.1.2.1 Einführungsphase

Grundkurs EF 1.1 **Unterrichtsvorhaben I (Funktionen und Analysis)** ca. 15 Unterrichtsstunden ***Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)***
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren** Die Schülerinnen und Schüler • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*) **Werkzeuge nutzen** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter oder grafikfähige Taschenrechner • verwenden digitale Werkzeuge zum … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
Methodische Vereinbarungen: Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. *Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.* Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen und des GTR gerichtet werden. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können zunächst Ansparmodelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. *Der entdeckende Einstieg in Transformationen kann etwa über das Beispiel „Sonnenscheindauer“ aus den GTR-Materialien erfolgen, also zunächst über die Sinusfunktion*. Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.

Grundkurs EF 1.1

Unterrichtsvorhaben II (Funktionen und Analysis)

ca. 12 Unterrichtsstunden

Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (*Vermuten*)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum
  … Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
  … grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Methodische Vereinbarungen:

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.
Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.
Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.
GTR oder Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.
Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.

Grundkurs EF 1.2

Unterrichtsvorhaben III (Funktionen und Analysis)

ca. 12 Unterrichtsstunden

Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum
  … Lösen von Gleichungen
  … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Methodische Vereinbarungen:

Im Anschluss an Unterrichtsvorhaben II wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. [ggf. buchbezogen ersetzen]

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Quadratische Funktionen können stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen soll durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang erarbeiteten Regeln bewähren.

Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die Begriffe aus Unterrichtsvorhaben II eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben IV angeknüpft wird.

Grundkurs EF 2.1

Unterrichtsvorhaben IV (Stochastik)

9 - 12 Unterrichtsstunden

Mehrstufige Zufallsexperimente modellieren und simulieren (E-S1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler
- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
- simulieren Zufallsexperimente
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathemati-sieren*)
- erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler verwenden den GTR zum ...
- Generieren von Zufallszahlen
- Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)

Methodische Vereinbarungen:

- Einstieg mit Glücksspiel als Zufallsversuch (Würfelspiele, Kartenspiele, Münzwurf, ...)
- Wiederholung grundlegender Begriffe, Regeln und Methoden (absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit , Wahrscheinlichkeit, Baumdiagramm, Pfadregeln, Laplace-Experiment, ...)
- GTR als Werkzeug nutzen

Lernerfolgsüberprüfung:

in der Klausur: Urnenmodell anwenden, Simulation beschreiben, Erwartungswert berechnen

Grundkurs EF 2.1

Unterrichtsvorhaben V (Stochastik)

6 - 9 Unterrichtsstunden

Umgang mit Testergebnissen. Bedingte Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler
- modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln
- bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten
- prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit
- bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten (*Rezipieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)

Methodische Vereinbarungen:

Test als Beispiel (Qualitätstest, Diabetes, AIDS, ...) für umgekehrtes Baumdiagramm und Vierfeldertafel

Lernerfolgsüberprüfung:

zentrale Klausur

Grundkurs EF 2.1
Unterrichtsvorhaben VI (Funktionen und Analysis)
ca. 12 Unterrichtsstunden

Entwicklung und Anwendung von Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- leiten Funktionen graphisch ab
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium als hinreichendes Kriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen […]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

Methodische Vereinbarungen:

Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.

Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenwechsel an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.

Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.

Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.

Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen werden auch Tangentengleichungen bestimmt.

Grundkurs EF 2.2

Unterrichtsvorhaben VII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 6 Stunden

Orientierung im Raum mit Hilfe von Koordinaten (E-G1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler...

- beschreiben in verschiedenen Sachsituationen die Notwendigkeit der Darstellung der Punkte in der Ebene und im Raum durch kartesische Koordinaten zwecks Orientierung.
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar. Vorstellungen werden an Modellen wie Klassenraum oder selbst gebaute Koordinatenmodelle erarbeitet.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (*Produzieren*)

Die Schülerinnen und Schüler...

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Methodische Vereinbarungen:

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (z.B. geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Schachbrett, Robotersteuerung).
Verbindliches Beipsiel: Flug der Spidercam im UV VII oder VIII (Vektoris als Programm nutzen)
Bei engem Zeitrahmen sollten zumindest Polarkoordinaten (evtl. in Form eines Schülervortrages) Erwähnung finden.
Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt mit dem Zweck das räumliche Vorstellungsvermögen zu verbessern.

Grundkurs EF 2.2

Unterrichtsvorhaben VIII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 9 Stunden

Bewegungen im Raum mit Vektoren und Vektoroperationen (E-G2)

Inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler...

- deuten Vektoren als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren.
- stellen gerichtete Größen (Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar.
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten (Satz des Pythagoras, Dreiecksbeziehungen)
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinealität.
- weisen Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler...

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Methodische Vereinbarungen:

Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden (Beispiel Kräfte und Geschwindigkeit).

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

2.1.2.2 Qualifikationsphase 1 Grundkurs

Grundkurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben I (Funktionen und Analysis)

ca. 9 Unterrichtsstunden

Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor.*(Strukturieren)*
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)*
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)*
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)*
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)*
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*

Methodische Vereinbarungen:

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Grundkurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben II (Funktionen und Analysis)

ca. 15 Unterrichtsstunden

Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten eines Funktionsgraphen mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen

Methodische Vereinbarungen:

Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.
Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.
Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.
Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter zu erhalten.

Grundkurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben III (Funktionen und Analysis)

ca. 9 Unterrichtsstunden

Natürliche Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion
  - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)*
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler erkennen

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  … grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus

nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Methodische Vereinbarungen:

Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.

Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen

Grundkurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben IV (Funktionen und Analysis)

ca. 9 Unterrichtsstunden

Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)*
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)*
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)*
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*

Methodische Vereinbarungen:

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).
Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.
Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.
Die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat. Dies wird zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt.

Grundkurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben V (Funktionen und Analysis)

ca. 12 Unterrichtsstunden

Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen […] den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Methodische Vereinbarungen:

Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist.

Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.

Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.

Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert.

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln erarbeitet.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Grundkurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben VI (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 12 Stunden

Darstellungen von Geraden und ihrer Lagebeziehungen im Raum – Grundlagen und Anwendungen im Sachkontext (Q-GK-G1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden
- interpretieren in diesem Zusammenhang die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler…

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen im Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- interpretieren die erarbeitete Lösung in Hinblick auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen analoge und digitale Werkzeuge zur Darstellung von Geraden und ihrer gegenseitigen Lage im Raum

Methodische Vereinbarungen

Anknüpfend an die aus der EF bekannten Darstellungen von Punkten und Vektoren im Raum und das Rechnen von Vektoren werden als weitere geometrische Objekte Geraden vektoriell beschrieben und ihre gegenseitige Lage untersucht.
An verschiedenen Beispielen von Bewegungsaufgaben (z.B. Flugbahnen) kann die Bedeutung des Parameters und der gegenseitigen Lagen aufgezeigt werden.
Wenn genug Zeit ist, können verschiedene Abstandsprobleme behandelt werden (z.B. Abstand windschiefer Geraden, Abstand Punkt – Ebene mit Mitteln der Analysis).

Grundkurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben VII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)
ca. 10 Stunden

Skalarprodukt (Q-GK-G4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel und Längen im Raum)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler…
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen im Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- interpretieren die erarbeitete Lösung in Hinblick auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler…
- nutzen analoge und digitale Werkzeuge zur Darstellung von Geraden und ihrer gegenseitigen Lage im Raum

Methodische Vereinbarungen

Grundkurs Q1.2

Unterrichtsvorhaben VIII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 20 Stunden

Ebenen und ihre Lagebeziehungen mit Geraden, Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen (Q-GK-G2, Q-GK-G3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen
- stellen in diesem Zusammenhang lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gaußalgorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Wechselwirkungen zwischen der Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems und seiner geometrischen Bedeutung
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Problemlösen

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege und nutzen heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien, um einen Lösungsplan zielgerichtet auszuführen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten und beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Methodische Vereinbarungen

In diesem Unterrichtsvorhaben wird bei der Lösung eines linearen Gleichungssystems an die Erkenntnisse aus dem Unterrichtsvorhaben II („Funktionen beschreiben“) angeknüpft.

2.1.2.3 Qualifikationsphase 2 Grundkurs.

Grundkurs Q 2.1

Unterrichtsvorhaben IX (Stochastik)

ca. 6 Unterrichtsstunden

Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen (Q-GK-S1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- Nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen

Methodische Vereinbarungen:

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten wiederholt (Betrachtung von Histogrammen!).

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird die Definition des Erwartungswertes einer Zufallsgröße wiederholt (Einführungsphase).

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

vgl. Lambacher Schweizer, VIII.2

Grundkurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben X (Stochastik)
ca. 9 Unterrichtsstunden

Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - Generieren von Zufallszahlen
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
  - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
  - Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)

Methodische Vereinbarungen:

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet (Wiederholung grundlegender Begriffe aus der Einführungsphase).
Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.
Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.
vgl. Lambacher Schweizer, VIII.3

Grundkurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben XI (Stochastik)
ca. 9 Unterrichtsstunden
Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Probleme lösen

Die Schülerinnen und Schüler
- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation
- analysieren und strukturieren die Problemsituation
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus
- interpretieren Ergebnisse vor den Hintergrund der Fragestellung

Methodische Vereinbarungen:

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:
- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

vgl. Lambacher Schweizer, VIII.4 und 5

Grundkurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben XII (Stochastik)
ca. 9 Unterrichtsstunden
Übergänge und Prozesse (Q-GK-S4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Methodische Vereinbarungen:

Die Behandlung stochastischer Prozesse soll genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.
Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.
Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.
vgl. Lambacher Schweizer, X.1-4

Grundkurs Q2.2

Unterrichtsvorhaben XIII (Funktionen und Analysis)

ca. 12 Unterrichtsstunden

Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)*
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*

Methodische Vereinbarungen:

Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

2.1.2.4 Qualifikationsphase 1 Leistungskurs

Leistungskurs Q1.1 **Unterrichtsvorhaben I (Funktionen und Analysis)** ca. 20 Unterrichtsstunden ***Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)***
Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien […] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bilden die Ableitungen von Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an
Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): **Modellieren** Die Schülerinnen und Schüler • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)* • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)* • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)* • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)* • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)* • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)* • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)* • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren* **Problemlösen** Die Schülerinnen und Schüler • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation *(Erkunden)* • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle …) aus, um die Situation zu erfassen *(Erkunden)* • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern …) *(Lösen)* • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein *(Lösen)* • berücksichtigen einschränkende Bedingungen *(Lösen)* • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)* • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten *(Reflektieren)*
Methodische Vereinbarungen: Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. Stellen extremaler Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe

und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).
Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.

Leistungskurs Q1.1
Unterrichtsvorhaben II (Funktionen und Analysis)
ca. 20 Unterrichtsstunden
Funktionen beschreiben Formen – Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen
- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor *(Strukturieren)*
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden […], Berechnen und Darstellen

Methodische Vereinbarungen:
Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.
Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.
Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.
Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.
Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren

Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.
Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

Leistungskurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben III (Funktionen und Analysis)

ca. 20 Unterrichtsstunden

Natürliche Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion
  - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme *(Erkunden)*
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege *(Lösen)*
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) *(Lösen)*
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus *(Lösen)*
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung *(Reflektieren)*

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler erkennen

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
  … grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen […] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Methodische Vereinbarungen:

Die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion werden zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.

Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Leistungskurs Q1.1

Unterrichtsvorhaben IV (Funktionen und Analysis)

ca. 10 Unterrichtsstunden

Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus […] mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen *(Rezipieren)*
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege *(Produzieren)*
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus *(Produzieren)*
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen *(Produzieren)*
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar *(Produzieren)*
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie *(Produzieren)*

Methodische Vereinbarungen:

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.
Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.
Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.
Die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat. Dies wird zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt.

Leistungskurs Q1.1
Unterrichtsvorhaben V (Funktionen und Analysis)
ca. 20 Unterrichtsstunden
Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion
- deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale numerisch […]
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Argumentieren
Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Vermutungen auf *(Vermuten)*
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden *(Vermuten)*
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur *(Vermuten)*
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her *(Begründen)*
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten *(Begründen)*
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise *(Begründen)*
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen)*

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen […] den GTR zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  … Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  … Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Methodische Vereinbarungen:
Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion J_a eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).
Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.
Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) – J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.
In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.
Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

Leistungskurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben VI (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 12 Stunden

Darstellungen von Geraden und ihrer Lagebeziehungen im Raum – Grundlagen und Anwendungen im Sachkontext (Q-LK-G1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden
- interpretieren in diesem Zusammenhang die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler…

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen im Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- interpretieren die erarbeitete Lösung in Hinblick auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen analoge und digitale Werkzeuge zur Darstellung von Geraden und ihrer gegenseitigen Lage im Raum

Methodische Vereinbarungen

Anknüpfend an die aus der EF bekannten Darstellungen von Punkten und Vektoren im Raum und das Rechnen von Vektoren werden als weitere geometrische Objekte Gerade und ihre gegenseitige Lage vektoriell beschrieben.
An verschiedenen Beispielen von Bewegungsaufgaben (z.B. Flugbahnen) kann die Bedeutung des Parameters und der gegenseitigen Lagen aufgezeigt werden.

Leistungskurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben VII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)
ca. 10 Stunden
Skalarprodukt (Q-LK-G2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel und Längen im Raum)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler…

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen im Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- interpretieren die erarbeitete Lösung in Hinblick auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen analoge und digitale Werkzeuge zur Darstellung von Geraden und ihrer gegenseitigen Lage im Raum

Methodische Vereinbarungen:

Leistungskurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben VIII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 20 Stunden

Ebenen und ihre Lagebeziehungen mit Geraden, Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen (Q-LK-G3, Q-LK-G4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen Ebenen in Parameterform dar
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind
- untersuchen Lagebeziehungen […] zwischen Geraden und Ebenen
- stellen in diesem Zusammenhang lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gaußalgorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Wechselwirkungen zwischen der Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems und seiner geometrischen Bedeutung
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler…

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege und nutzen heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien, um einen Lösungsplan zielgerichtet auszuführen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten und beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Methodische Vereinbarungen:

Leistungskurs Q1.2
Unterrichtsvorhaben IX (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 10 Stunden

Ebenen in Normalen- und Koordinatenform, Lagebeziehungen zwischen Ebenen (Q-LK-G5)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…

- stellen Ebenen in Normalen- und Koordinatenform dar
- nutzen Ebenen in Normalenform zur Orientierung im Raum
- untersuchen die Vorteile der verschiedenen Darstellungsformen von Ebenen und wechseln zwischen den Darstellungsformen
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen und zwischen Ebenen untereinander
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gaußalgorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler…

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen im Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- interpretieren die erarbeitete Lösung in Hinblick auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler…

- nutzen analoge und digitale Werkzeuge zur Darstellung von Geraden und ihrer gegenseitigen Lage im Raum

Methodische Vereinbarungen:

Leistungskurs Q 1.2
Unterrichtsvorhaben X (Stochastik)
ca. 5 Unterrichtsstunden

Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen (Q-LK-S1)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler
- stellen Vermutungen auf
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen

Methodische Vereinbarungen:
Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten wiederholt (Betrachtung von Histogrammen).

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird die Definition des Erwartungswertes einer Zufallsgröße wiederholt (Einführungsphase).

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

vgl. Lambacher Schweizer, VIII.2, S.277-281

Leistungskurs Q 1.2
Unterrichtsvorhaben XI (Stochastik)
ca. 10 Unterrichtsstunden

Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-LK-S2)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler
- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - Generieren von Zufallszahlen
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
  - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - Variieren der Parameter von Binomialverteilungen

Methodische Vereinbarungen:
Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet (Wiederholung grundlegender Begriffe aus der Einführungsphase).

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette’ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

vgl. Lambacher Schweizer, VIII.3, S.282-286

Leistungskurs Q 1.2

Unterrichtsvorhaben XII (Stochastik)

ca. 5 Unterrichtsstunden

Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (Schwerpunkt GTR) zum
  - Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
  - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

Methodische Vereinbarungen:

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang *n* und Trefferwahrscheinlichkeit *p* erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.
In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$
Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.
vgl. Lambacher Schweizer, VIII.4 und 5, S.287-299

Leistungskurs Q2.1

Unterrichtsvorhaben XIII (Funktionen und Analysis)

ca. 20 Unterrichtsstunden

Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- bestimmen Integrale […] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung *(Strukturieren)*
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle *(Mathematisieren)*
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells *(Mathematisieren)*
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu *(Mathematisieren)*
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation *(Validieren)*
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung *(Validieren)*
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung *(Validieren)*
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen *(Validieren)*

Methodische Vereinbarungen:

Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.
An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet.
Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.
Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.
Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).

Leistungskurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben XIV (Stochastik)
ca. 10 Unterrichtsstunden
Glockenkurve (Q-LK-S4)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Problemlösen
Die Schülerinnen und Schüler
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

Werkzeuge nutzen
Die Schülerinnen und Schüler
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge (Schwerpunkt GTR) zum
  - Generieren von Zufallszahlen
  - Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
  - Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden …, Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

Methodische Vereinbarungen:
Mit der Tabellenkalkulation des GTR werden die Augensummen von zwei, drei, vier… Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.
Ergebnisse von Schulleistungs- oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.
Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR. (Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.)
vgl. Lambacher Schweizer, IX.1-3, S.322-337

Leistungskurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben XV (Stochastik)
ca. 10 Unterrichtsstunden
Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren
Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren
Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (*Diskutieren*)

Methodische Vereinbarungen:
Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.
Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden.
Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:
- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.
vgl. Lambacher Schweizer, VIII.6-9, S.300-312

Leistungskurs Q 2.1
Unterrichtsvorhaben XVI (Stochastik)
ca. 10 Unterrichtsstunden

Übergänge und Prozesse (Q-LK-S6)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:
Die Schülerinnen und Schüler
- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):
Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Methodische Vereinbarungen:
Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.
Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.
Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.
vgl. Lambacher Schweizer, X.1-4, S.348-375

Leistungskurs Q2.2
Unterrichtsvorhaben XVII (Analytische Geometrie und lineare Algebra)

ca. 20 Stunden

Abstände und Winkel (Q-LK-G5, Q-LK-G6)

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler…
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen
- untersuchen mithilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler…
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege und nutzen heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien, um einen Lösungsplan zielgerichtet auszuführen (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten und beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler…
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)

Methodische Vereinbarungen

Die Abstandsproblematik beinhaltet die Berechnung des Abstands Punkt -Gerade (über die Konstruktion einer orthogonalen Hilfsebene), Gerade- Gerade, Punkt-Ebene (über das Lotfußpunktverfahren). Der Abstand Gerade-Gerade und Ebene-Ebene lassen sich auf eins der obigen Abstandsprobleme zurückführen. Zusätzlich bietet die Hesse'sche Normalform die Möglichkeit, Abstandsberechnungen über einen weiteren Weg durchzuführen.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Die Fachgruppe Mathematik hat sich auf die folgenden Grundsätze geeinigt:

1. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
2. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
3. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
4. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten".
5. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben in einer Mappe angehalten.
6. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
7. Der grafikfähige Taschenrechner wird regelmäßig dort eingesetzt, wo er dem Lernfortschritt dient.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

2.3.1 Beurteilungsbereich „Klausuren":

- In den Jgst. EF – Q2.1 werden je Halbjahr zwei Klausuren geschrieben. Die Dauer beträgt in der Jgst. EF und in den Grundkursen der Jgst. Q1 zwei Unterrichtsstunden, in den Leistungskursen der Jgst. Q1 und in den Grundkursen der Jgst. Q2.1 drei Unterrichtsstunden, in den Leistungskursen der Jgst. Q2.1 vier Unterrichtsstunden.
- In der Jgst. Q2.2 wird eine Klausur unter Abiturbedingungen.geschrieben. Die Dauer beträgt in den Grundkursen drei Zeitstunden und in den Leistungskursen 4,25 Zeitstunden.
- Je Schuljahr enthält mindestens eine Klausur einen hilfsmittelfreien Teil.

2.3.2 Beurteilungsbereich „Sonstige Mitarbeit“:

(vgl.: Beispiel für einen schulinternen Lehrplan zum Kernlehrplan Mathematik, S.96-97, Bildungsportal des Ministeriums für Schule und Weiterbildung NRW 2013)

Leistungsaspekt	**Anforderungen für eine** **gute Leistung**	**ausreichende Leistung**
	Die Schülerin, der Schüler	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
	weist in Unterrichtsgesprächen, bei Hausaufgaben bzw. in mündlichen und schriftlichen Prüfungen („Tests“, s.o.) nach, dass sie/er die erarbeiteten Kenntnisse und Fertigkeiten beherrscht.	weist in Unterrichtsgesprächen, bei Hausaufgaben bzw. in mündlichen und schriftlichen Prüfungen („Tests“, s.o.) nach, dass sie/er die erarbeiteten Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten beherrscht.
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialen eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen- bzw. Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen- bzw. Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Mappe	führt die Mappe sorgfältig und vollständig (der Inhalt soll aus Definitionen, Sätzen, Beispielen, Rechnungen, Erläuterungen und Graphen bestehen).	führt die Mappe mit den vorgenannten Inhalten weitgehend sorgfältig, aber teilweise unvollständig
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

2.3.3 Kriterien für die Überprüfung und Bewertung von Facharbeiten

Die Beurteilungskriterien für Klausuren werden auch auf Facharbeiten angewendet. Darüber hinaus ist ein besonderes Augenmerk zu richten auf die folgenden Aspekte:

<u>1. Inhaltliche Kriterien (Anteil an der Benotung: ca. 60 %):</u>

- Genauigkeit und Stringenz der Fragestellung,
- Zuverlässigkeit und Präzision der mathematischen Darstellung,
- Angemessene und korrekte Verwendung der Fachsprache,
- Gründlichkeit und Selbstständigkeit der Recherche,
- Eigenständigkeit des Ergebnisses,
- Grad der Reflexion des Arbeitsprozesses.

<u>2. Methodische Kriterien (Anteil an der Benotung: ca. 30 %):</u>

- Methodisch sicherer Umgang mit Quellen und Darstellungen (Unterscheidung, Fragestellungen, Funktion im Gedankengang),
- Gliederung: Funktionalität, Plausibilität.

<u>3. Formale Kriterien (Anteil an der Benotung: ca. 10 %):</u>

- sprachliche Qualität,
- sinnvoller und korrekter Umgang mit Zitaten,
- sinnvoller Umgang mit den Möglichkeiten des PC (z.B. Formeleditor, DGS, Rechtschreibüberprüfung, Schriftbild, Fußnoten, Einfügen von Dokumenten, Bildern etc., Inhaltsverzeichnis),
- Korrekter Umgang mit Internetadressen (mit Datum des Zugriffs),
- vollständiges, korrektes, übersichtliches und nach Quellen sortiertes Verzeichnis der verwendeten Quellen.

Des Weiteren verweisen wir zur Bewertung der Facharbeiten auf die gemeinsam vereinbarten Beurteilungskriterien von EKG und MWG.

3. Entscheidungen zu fachunterrichtsübergreifenden Fragen

- In anwendungsbezogenen Aufgaben werden im Mathematikunterricht so oft und so realitätsnah wie möglich Inhalte und Kompetenzen aus den natur- und gesellschaftswissenschaftlichen Fächern aufgegriffen.
- Inhalte und Aufbau des Schulcurriculums für Mathematik werden regelmäßig von den beide Fächer unterrichtenden Kollegen daraufhin geprüft, ob die Kompetenzen, die insbesondere die naturwissenschaftlichen Fächer benötigen, rechtzeitig erarbeitet werden.
- Zur Zeit ist kein Projektkurs mit Mathematikanteil vorgesehen oder geplant, da aus Sicht der Fachkonferenz die naturwissenschaftlichen Projektkurse, die am MWG stattfinden, inhaltlich sinnvoller sind und von den Schülerinnen und Schülern unserer Schule stärker angewählt werden.

4. Qualitätssicherung und Evaluation

Eine Evaluation und eventuell Überarbeitung des Schulcurriculums findet nach dem ersten Durchgang in den jeweiligen Jahrgangsstufen durch die dort unterrichtenden Kollegen statt und erfolgt dann kontinuierlich in jedem Schuljahr in der vorbereitenden Fachkonferenz.